



ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

**УНИВЕРСАЛЬНЫЙ КОДИФИКАТОР
распределённых по классам проверяемых требований к результатам
освоения основной образовательной программы среднего общего
образования и элементов содержания
по математике**

**для использования в федеральных и региональных процедурах оценки
качества образования**

одобрен решением федерального учебно-методического объединения по
общему образованию (протокол от 12.04.2021 г. №1/21)

подготовлен федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Кодификатор
распределённых по классам проверяемых требований к результатам
освоения основной образовательной программы среднего общего
образования и элементов содержания
по математике**

Кодификатор распределённых по классам проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания (далее – кодификатор) предназначен для разработки измерительных материалов и анализа результатов федеральных и региональных процедур оценки качества образования. Кодификатор является систематизированным перечнем проверяемых элементов содержания и операционализированных требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования, в котором каждому объекту соответствует определённый код.

Кодификатор составлен на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 г. № 413) с учётом Примерной основной образовательной программы среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28.06.2016 г. № 2/16-з)).

Кодификатор состоит из двух разделов:

- раздел 1. Базовый уровень;
- раздел 2. Углублённый уровень.

Каждый из разделов включает в себя перечни распределённых по классам проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания по математике.

Раздел 1. Базовый уровень**1. Перечень распределённых по классам проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования по математике**

Требования ФГОС к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования операционализированы и распределены по классам.

10 класс

Мета-предметный результат	Код проверяемого требования	Проверяемые предметные требования к результатам обучения
1		Развитие представлений о числе и числовых системах; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений
	1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приёмы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
	1.2	Вычислять значения числовых выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
2		Овладение символьным языком алгебры, приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умение моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат
	2.1	Составлять буквенные выражения и формулы по условиям задач, находить значения буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
	2.2	Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции
	2.3	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
	2.4	Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
	2.5	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы
3		Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач
	3.1	Решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений исходя из формулировки задачи

4	Овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей	
	4.1	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций
	4.2	Вычислять производные элементарных функций
	4.3	Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции
5	Формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий, теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач	
	5.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
	5.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
	5.3	Проводить операции над векторами, вычислять длину вектора, угол между векторами
6	Формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления	
	6.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
	6.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
	6.3	Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий
7	Умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин	
	7.1	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчёты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах
	7.2	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
	7.3	Решать прикладные задачи (в том числе социально-экономического и физического характера) на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

8	Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения, делать умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы	
	8.1	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

11 класс

Мета-предметный результат	Код проверяемого требования	Проверяемые предметные требования к результатам обучения
1	Развитие представлений о числе и числовых системах; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений	
	1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приёмы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
	1.2	Вычислять значения числовых выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
2	Овладение символьным языком алгебры, приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умение моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат	
	2.1	Вычислять значения буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
	2.2	Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции
	2.3	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
	2.4	Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
	2.5	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы
3	Овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей	
	3.1	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций
	3.2	Вычислять производные и первообразные элементарных функций

	3.3	Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции
4	Формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач	
	4.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
	4.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
	4.3	Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами
5	Формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления	
	5.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
	5.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
	5.3	Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий
6	Умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин	
	6.1	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчёты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах
	6.2	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
	6.3	Решать прикладные задачи (в том числе социально-экономического и физического характера) на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения
7	Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения, делать умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы	
	7.1	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

2. Перечень распределённых по классам проверяемых элементов содержания по математике

Перечень распределённых по классам элементов содержания составлен на основе Примерной основной образовательной программы среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28.06.2016 г. № 2/16-з)).

10 класс

Код раздела	Код проверяемого элемента	Проверяемые элементы содержания
1	Модуль «Алгебра и начала математического анализа»	
1.1	Числа и выражения	
	1.1.1	Решение задач с применением изученных фактов о делимости целых чисел, свойств модуля числа, корней и степеней с рациональным показателем, преобразований числовых и алгебраических выражений; операций с долями, частями и процентами
	1.1.2	Степень с действительным показателем, свойства степени
	1.1.3	Радианная мера угла, тригонометрическая окружность, тригонометрические функции
	1.1.4	Основное тригонометрическое тождество и следствия из него
	1.1.5	Значения тригонометрических функций для углов 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° . $(0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ рад)
	1.1.6	Формулы сложения тригонометрических функций, формулы приведения, формулы двойного аргумента
	1.1.7	Обратные тригонометрические функции
	1.1.8	Логарифм числа, свойства логарифма, преобразование логарифмических выражений
	1.1.9	Десятичный логарифм. Число e и натуральный логарифм
1.2	Уравнения и неравенства	
	1.2.1	Уравнения с одной переменной
	1.2.2	Решение задач с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем
	1.2.3	Тригонометрические уравнения
	1.2.4	Показательные уравнения
	1.2.5	Логарифмические уравнения
	1.2.6	Иррациональные уравнения
	1.2.7	Системы уравнений, уравнения, неравенства и системы с параметром

1.3	Функции	
	1.3.1	Функции и их графики. Графики реальных зависимостей
	1.3.2	Наибольшее и наименьшее значения функции
	1.3.3	Периодические функции. Чётность и нечётность функций. Сложные функции
	1.3.4	Тригонометрические функции, их свойства и графики
	1.3.5	Графическое решение уравнений и неравенств с использованием свойств и графиков изученных функций
1.4	Статистика и теория вероятностей	
	1.4.1	Табличное и графическое представление данных. Решение задач практического содержания, в том числе на выбор оптимального варианта
	1.4.2	Использование свойств и характеристик числовых наборов: средних значений, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения
	1.4.3	Частоты и вероятности случайных событий
	1.4.4	Опыты с равновероятными элементарными событиями
	1.4.5	Решение задач с применением комбинаторики
	1.4.6	Независимые события, условная вероятность, формулы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности
	1.4.7	Решение задач с применением графических представлений (диаграмм Эйлера, дерева вероятностей), формулы Бернулли
	1.4.8	Дискретные случайные величины и распределения
2	Модуль «Геометрия»	
2.1	Геометрические фигуры	
	2.1.1	Решение задач с применением свойств фигур на плоскости
	2.1.2	Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них
	2.1.3	Углы в пространстве
	2.1.4	Многогранники
	2.1.5	Параллелепипед и куб. Свойства прямоугольного параллелепипеда
	2.1.6	Призма и пирамида. Правильная пирамида и правильная призма
2.2	Отношения	
	2.2.1	Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве
	2.2.2	Проекция фигуры на плоскость. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трёх перпендикулярах
	2.2.3	Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот. Свойства движений. Применение движений при решении задач

2.3	Измерения и вычисления	
	2.3.1	Решение задач с использованием теорем планиметрии
	2.3.2	Решение задач на вычисление длин и площадей
	2.3.3	Решение задач с помощью векторов и координат
	2.3.4	Расстояния между фигурами в пространстве
	2.3.5	Теорема Пифагора в пространстве
	2.3.6	Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы
2.4	Векторы и координаты в пространстве	
	2.4.1	Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты точки и вектора
	2.4.2	Сонаправленные, противоположно направленные векторы, коллинеарные и компланарные векторы
	2.4.3	Сумма векторов, умножение вектора на число
	2.4.4	Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Теорема о разложении вектора по трём некопланарным векторам
	2.4.5	Применение векторов при решении геометрических задач
	2.4.6	Уравнение плоскости. Уравнение сферы в пространстве. Формула расстояния между точками в пространстве

11 класс

Код раздела	Код проверяемого элемента	Проверяемые элементы содержания
1		Модуль «Алгебра и начала математического анализа»
1.1		Уравнения и неравенства
	1.1.1	Неравенства с одной переменной
	1.1.2	Показательные неравенства
	1.1.3	Логарифмические неравенства
	1.1.4	Метод интервалов для решения неравенств
	1.1.5	Решение простейших тригонометрических неравенств
	1.1.6	Системы неравенств
1.2		Функции и их графики
	1.2.1	Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций
	1.2.2	Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики
	1.2.3	Показательная функция, её свойства и график
	1.2.4	Логарифмическая функция, её свойства и график
	1.2.5	Степенная функция, её свойства и график
	1.2.6	Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств
1.3		Начала математического анализа
	1.3.1	Производная функции в точке. Касательная к графику функции
	1.3.2	Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования
	1.3.3	Вторая производная, её геометрический и физический смысл
	1.3.4	Понятие о непрерывности функции. Точки экстремума. Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач
	1.3.5	Первообразная. Первообразные элементарных функций
1.4		Статистика и теория вероятностей
	1.4.1	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства
	1.4.2	Непрерывные случайные величины. Понятие о плотности вероятности. Равномерное распределение
	1.4.3	Показательное распределение, его параметры

	1.4.4	Понятие о нормальном распределении. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека)
	1.4.5	Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе
	1.4.6	Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции
2	Модуль «Геометрия»	
2.1	Геометрические фигуры	
	2.1.1	Фигуры и их изображения (куб, пирамида, призма). Основные понятия стереометрии и их свойства
	2.1.2	Сечения куба и тетраэдра
	2.1.3	Изображение простейших пространственных фигур на плоскости
	2.1.4	Тела вращения: цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса
	2.1.5	Изображение тел вращения на плоскости
	2.1.6	Усечённый конус
	2.1.7	Сечения тел вращения плоскостью. Развёртка цилиндра и конуса
2.2	Измерения и вычисления	
	2.2.1	Простейшие комбинации многогранников и тел вращения между собой. Нахождение элементов пространственных фигур
	2.2.2	Площадь поверхности прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса и шара
	2.2.3	Объём пирамиды и конуса, призмы и цилиндра. Объём шара
	2.2.4	Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел

Раздел 2. Углублённый уровень**1. Перечень распределённых по классам проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования по математике**

Требования ФГОС к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования операционализированы и распределены по классам.

10 класс

Код раздела	Код проверяемого требования	Проверяемые результаты
1	Модуль «Алгебра и начала математического анализа»	
	1.1	Свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости
	1.2	Задавать множества перечислением и характеристическим свойством
	1.3	Оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; проверять принадлежность элемента множеству
	1.4	Находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости
	1.5	Проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений
	1.6	Использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений
	1.7	Проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
	1.8	Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел
	1.9	Понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел
	1.10	Доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач
1.11	Выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью	

1.12	Сравнивать действительные числа разными способами
1.13	Упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степеней больше 2
1.14	Находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач
1.15	Выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней
1.16	Выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений
1.17	Выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений
1.18	Записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения
1.19	Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений
1.20	Решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвертой степеней, дробно-рациональные
1.21	Знать основные типы тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств, владеть стандартными методами их решений и применять их при решении задач
1.22	Применять теорему Безу к решению уравнений
1.23	Применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй
1.24	Использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения и другие непрерывные функции
1.25	Владеть разными методами доказательства неравенств
1.26	Составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач по другим учебным предметам
1.27	Выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач по другим учебным предметам
1.28	Составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты
1.29	Использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств

	1.30	Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, асимптота, чётная и нечётная функции, обратная функция; уметь применять эти понятия при решении задач
	1.31	Владеть понятиями: показательная, логарифмическая, степенная и тригонометрические функции; строить графики этих функций и уметь применять их свойства при решении задач
	1.32	Применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность, монотонность
	1.33	Владеть понятиями: числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия
	1.34	Применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий
	1.35	Решать разные задачи повышенной трудности
	1.36	Анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы
	1.37	Строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи
	1.38	Решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата
	1.39	Анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту
	1.40	Переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы
	1.41	Решать практические задачи и задачи по другим предметам
2	Модуль «Геометрия»	
	2.1	Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений
	2.2	Иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач
	2.3	Оперировать понятиями: призма, параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, пирамида, виды пирамид, тетраэдр, двугранный угол
	2.4	Иметь представление о правильных многогранниках
	2.5	Исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах
	2.6	Иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними
	2.7	Применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач

	2.8	Оперировать понятиями: перпендикулярность прямой и плоскости, расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости; уметь применять их при решении задач
	2.9	Уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения
	2.10	Владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач
	2.11	Иметь представление о теореме Эйлера
	2.12	Решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач
3	Методы математики	
	3.1	Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение
	3.2	Применять основные методы решения математических задач на основе математических закономерностей в природе, характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства
	3.3	Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач
	3.4	Пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов

11 класс

Код раз-дела	Код прове-ряемого требо-вания	Проверяемые результаты
1		<p>Модуль «Алгебра и начала математического анализа»</p> <p>1.1 Оперировать понятиями: комплексное число, множество комплексных чисел</p> <p>1.2 Составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов</p> <p>1.3 Понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать</p> <p>1.4 Владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор</p> <p>1.5 Решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами</p> <p>1.6 Решать уравнения в целых числах</p> <p>1.7 Изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами</p> <p>1.8 Свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</p> <p>1.9 Составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач по другим учебным предметам</p> <p>1.10 Выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач по другим учебным предметам</p> <p>1.11 Составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач по другим учебным предметам</p> <p>1.12 Применять при решении задач преобразования графиков функций</p> <p>1.13 Определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.)</p> <p>1.14 Интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации</p> <p>1.15 Определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</p> <p>1.16 Владеть понятием обратной функции; применять это понятие при решении задач</p> <p>1.17 Владеть понятием бесконечно убывающей геометрической прогрессии и уметь применять его при решении задач</p> <p>1.18 Применять для решения задач теорию пределов</p>

	1.19	Владеть понятиями бесконечно больших и бесконечно малых числовых последовательностей и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности
	1.20	Владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции
	1.21	Вычислять производные элементарных функций и их комбинаций
	1.22	Исследовать функции на монотонность и экстремумы
	1.23	Строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром
	1.24	Владеть понятием касательной к графику функции и уметь применять его при решении задач
	1.25	Владеть понятиями: первообразная функция, определённый интеграл
	1.26	Применять теорему Ньютона – Лейбница и её следствия для решения задач
	1.27	Решать прикладные задачи по биологии, физики, химии, экономики и других предметам, связанные с исследованием характеристик процессов
	1.28	Интерпретировать полученные результаты
	1.29	Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральной совокупности и выборки из неё
	1.30	Оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов
	1.31	Владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач
	1.32	Иметь представление об основах теории вероятностей
	1.33	Вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни
	1.34	Выбирать методы подходящего представления и обработки данных
	1.35	Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин
	1.36	Иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин
	1.37	Иметь представление о совместных распределениях случайных величин
	1.38	Понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей
	1.39	Иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин
	1.40	Иметь представление о корреляции случайных величин
2	Модуль «Геометрия»	
	2.1	Самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям
	2.2	Владеть понятиями: объём, объёмы многогранников, тел вращения; применять их при решении задач
	2.3	Владеть понятиями: векторы, их координаты
	2.4	Уметь выполнять операции над векторами

	2.5	Использовать скалярное произведение векторов при решении задач
	2.6	Применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач
	2.7	Применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач
	2.8	Уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов
	2.9	Уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур
	2.10	Владеть понятиями: ортогональное проектирование, наклонные и их проекции; уметь применять теорему о трёх перпендикулярах при решении задач
	2.11	Иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач
	2.12	Владеть понятиями: объём, объёмы многогранников, тел вращения; применять их при решении задач
	2.13	Иметь представление о развёртке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса; уметь применять их при решении задач
	2.14	Иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач
	2.15	Уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения
	2.16	Иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объёмов и площадей поверхностей подобных фигур
	2.17	Составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат
3	Методы математики	
	3.1	Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение
	3.2	Применять основные методы решения математических задач
	3.3	На основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства
	3.4	Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач
	3.5	Пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов

2. Перечень распределённых по классам проверяемых элементов содержания по математике

Перечень распределённых по классам элементов содержания составлен на основе Примерной основной образовательной программы среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28.06.2016 г. № 2/16-з)).

10 класс

Код раздела	Код проверяемого элемента	Проверяемые элементы содержания
1	Модуль «Алгебра и начала математического анализа»	
1.1	Числа и выражения	
	1.1.1	Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел
	1.1.2	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений
	1.1.3	Модуль числа и его свойства
	1.1.4	Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. q -ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа
	1.1.5	Степень с действительным показателем, свойства степени. Число e
	1.1.6	Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений
	1.1.7	Решение задач с использованием градусной меры угла
	1.1.8	Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот
1.2	Уравнения и неравенства	
	1.2.1	Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем
	1.2.2	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков
	1.2.3	Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств
	1.2.4	Простейшие системы тригонометрических уравнений
	1.2.5	Простейшие показательные уравнения и неравенства
	1.2.6	Логарифмические уравнения и неравенства

	1.2.7	Иррациональные уравнения
	1.2.8	Решение уравнений в комплексных числах
	1.2.9	Метод интервалов для решения неравенств
1.3	Функции	
	1.3.1	Решение задач с использованием числовых функций и их графиков
	1.3.2	Графики реальных зависимостей
	1.3.3	Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции $y = \sqrt{x}$. Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями
	1.3.4	Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений
	1.3.5	Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии
	1.3.6	Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность
	1.3.7	Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодические функции и наименьший период. Чётные и нечётные функции. Функции «дробная часть числа» $y = \{x\}$ и «целая часть числа» $y = [x]$
	1.3.8	Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств
	1.3.9	Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций
1.4	Статистика и теория вероятностей	
	1.4.1	Решение задач практического содержания, связанных с логикой. Использование таблиц и диаграмм для представления данных
	1.4.2	Решение задач практического содержания, связанных с анализом реальных данных, представленных в табличной форме, на выбор оптимального варианта
	1.4.3	Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий
	1.4.4	Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Использование комбинаторики
	1.4.5	Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли
	1.4.6	Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей
	1.4.7	Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса

	1.4.8	Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин
	1.4.9	Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. Гипергеометрическое распределение и его свойства
2	Модуль «Геометрия»	
2.1	Геометрические фигуры	
	2.1.1	Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. Понятие об аксиоматическом методе
	2.1.2	Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними
	2.1.3	Углы в пространстве. Трёхгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла
	2.1.4	Виды многогранников. Развёртки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника
	2.1.5	Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников
	2.1.6	Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы
	2.1.7	Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклонёнными рёбрами и гранями, их основные свойства
	2.1.8	Тетраэдр. Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра. Теорема Менелая для тетраэдра
	2.1.9	Симметрия в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная)
	2.1.10	Касательные прямые и плоскости
2.2	Отношения	
	2.2.1	Перпендикулярные плоскости. Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве
	2.2.2	Параллельное проектирование и изображение фигур. Геометрические места точек в пространстве
	2.2.3	Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трёх перпендикулярах
	2.2.4	Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой
	2.2.5	Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов
2.3	Измерения и вычисления	
	2.3.1	Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырёхугольниками

	2.3.2	Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями
	2.3.3	Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. Решение задач с помощью векторов и координат. Теорема Чевы и теорема Менелая
	2.3.4	Геометрическое место точек. Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест точек
	2.3.5	Расстояния между фигурами в пространстве
	2.3.6	Площади поверхностей многогранников
	2.3.7	Площадь ортогональной проекции
2.4	Векторы и координаты в пространстве	
	2.4.1	Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение
	2.4.2	Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями
	2.4.3	Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс

11 класс

Код раздела	Код проверяемого элемента	Проверяемые элементы содержания
1	Модуль «Алгебра и начала математического анализа»	
1.1	Числа и выражения	
	1.1.1	Первичные представления о множестве комплексных чисел
	1.1.2	Действия с комплексными числами. Комплексно сопряжённые числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа
	1.1.3	Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов
	1.1.4	Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости. Теоремы о приближении действительных чисел рациональными
	1.1.5	Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры
	1.1.6	Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены
1.2	Уравнения и неравенства	
	1.2.1	Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля
	1.2.2	Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств
	1.2.3	Уравнения, системы уравнений с параметром
	1.2.4	Множества на координатной плоскости
	1.2.5	Диофантовы уравнения. Неравенство Коши – Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних
1.3	Функции	
	1.3.1	Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций
	1.3.2	Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики
	1.3.3	Показательная функция, её свойства и график, функция $y = e^x$
	1.3.4	Логарифмическая функция, её свойства и график
	1.3.5	Степенная функция, её свойства и график
1.4	Начала математического анализа	
	1.4.1	Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса
	1.4.2	Дифференцируемость функции. Производная функции в точке
	1.4.3	Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Применение производной в физике
	1.4.4	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования
	1.4.5	Вторая производная, её геометрический и физический смысл

	1.4.6	Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных
	1.4.7	Первообразная. Неопределённый интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции
	1.4.8	Формула Ньютона – Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла
	1.4.9	Методы решения функциональных уравнений и неравенств
1.5	Элементы теории множеств и математической логики	
	1.5.1	Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счётные и несчётные множества
	1.5.2	Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Связь высказываний с множествами
	1.5.3	Кванторы существования и всеобщности
	1.5.4	Законы логики. Основные логические правила. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, основных логических правил
	1.5.5	Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия
1.6	Статистика и теория вероятностей	
	1.6.1	Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение. Показательное распределение, его параметры
	1.6.2	Распределение Пуассона и его применение. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). Центральная предельная теорема
	1.6.3	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли
	1.6.4	Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе
	1.6.5	Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин
	1.6.6	Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия
	1.6.7	Статистическая гипотеза. Статистика критерия и её уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция

	1.6.8	Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле
	1.6.9	Кодирование. Двоичная запись
	1.6.10	Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути
2	Модуль «Геометрия»	
2.1	Геометрические фигуры	
	2.1.1	Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми
	2.1.2	Трёхгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла
	2.1.3	Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус)
	2.1.4	Усечённая пирамида и усечённый конус
	2.1.5	Вписанные и описанные сферы. Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения
	2.1.6	Комбинации многогранников и тел вращения
2.2	Измерения и вычисления	
	2.2.1	Понятие объёма. Объёмы многогранников. Объёмы тел вращения. Аксиомы объёма. Вывод формул объёмов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объёма тетраэдра. Теоремы об отношениях объёмов
	2.2.2	Приложения интеграла к вычислению объёмов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объём шарового слоя. Применение объёмов при решении задач
	2.2.3	Площадь сферы
	2.2.4	Подобие в пространстве. Отношение объёмов и площадей поверхностей подобных фигур
	2.2.5	Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла
2.3	Геометрические построения	
	2.3.1	Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций
	2.3.2	Достраивание тетраэдра до параллелепипеда
	2.3.3	Перпендикулярное сечение призмы
	2.3.4	Элементы сферической геометрии. Конические сечения